

Disequazioni con modulo

• (Per visualizzare le pagine successive si va col mouse in fondo alla pagina e si clicca sulla freccia)

• Disequazioni con modulo **elementari**

• **Primo tipo:** $|x| < k$ con $k > 0$ le sue soluzioni sono $-k < x < k$

• **Secondo tipo** $|x| > k$ con $k > 0$ le sue soluzioni sono $x < -k$ e $x > k$

Es. $|x| < 3 \Rightarrow$ le soluzioni $-3 < x < 3$

$|x| > 5 \Rightarrow$ le soluzioni $x < -5$ e $x > 5$

Analogamente si procede con $|f(x)| < k$ e $|f(x)| > k$

1° tipo $|f(x)| < k$ con $k > 0 \Rightarrow$ le soluzioni sono date da $-k < f(x) < k$

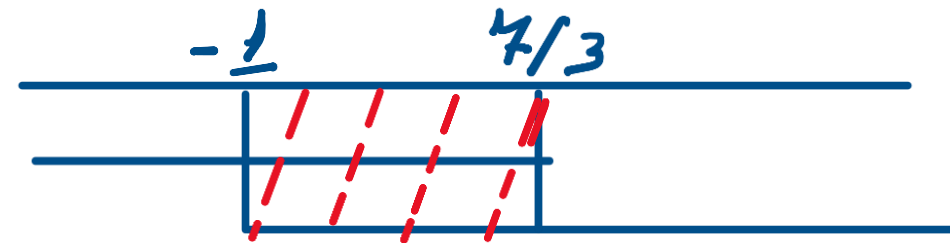
che è equivalente al sistema $\begin{cases} f(x) < k \\ f(x) > -k \end{cases}$ Segue l'esempio

Disequazioni con modulo (pag.2)

- $|3x-2| < 5 \Rightarrow -5 < 3x-2 < 5 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 3x-2 < 5 \\ 3x-2 > -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{7}{3} \\ x > -1 \end{cases}$$



- Le soluzioni sono $-1 < x < \frac{7}{3}$

2° tipo $|f(x)| > k$ con $k > 0 \Rightarrow$ le soluzioni sono date da

$$f(x) < -k$$

$$f(x) > k$$

Es.

$$|3x+7| > 2 \Rightarrow 3x+7 < -2$$

le soluzioni sono quindi $x < -3$

$$3x+7 > 2 \\ x > -\frac{5}{3}$$

Disequazioni con modulo (pag.3)

- Nel caso di disequazioni **con più moduli** si studia il segno di ciascun **argomento del valore assoluto** e ricordando che

$$|a| = \begin{cases} -a & \text{se } a < 0 \\ a & \text{se } a \geq 0 \end{cases}$$

Si procede come nell'esempio che segue

$$2x - 3 - |x + 4| \leq |x + 3| - |2 - 5x|$$

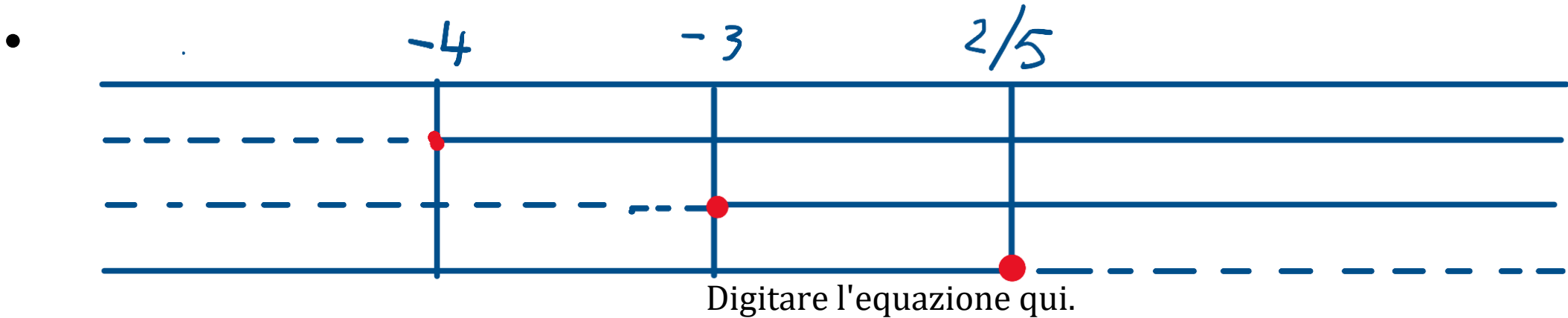
$$x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$$

$$x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$$

$$2 - 5x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{2}{5}$$

Si riportano le soluzioni sulla retta dei numeri reali come segue

Disequazioni con modulo (pag.4)



Per ogni intervallo $|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{se } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{se } f(x) < 0 \end{cases}$ e quindi

$$1) \begin{cases} \text{per } x < -4 \\ 2x - 3 - (-x - 4) \leq -x - 3 - (2 - 5x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -4 \\ 2x - 3 + x + 4 \leq -x - 3 - 2 + 5x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < -4 \\ -x \leq -6 \end{cases}$$

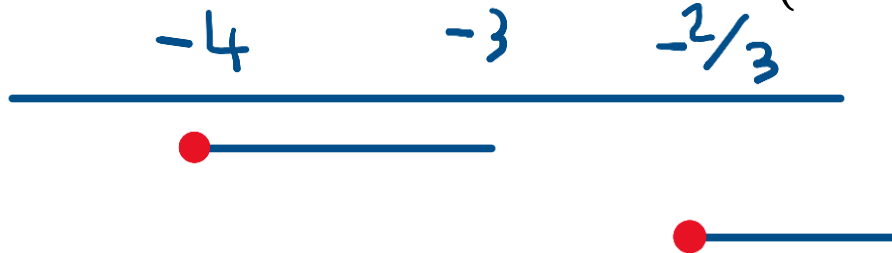
Disequazioni con modulo (pag.5)

$$\bullet \begin{cases} x < -4 \\ x \geq 6 \end{cases}$$



Nessuna Soluzione

$$\bullet \text{ 2) } \begin{cases} \text{per } -4 \leq x < -3 \\ 2x - 3 - x - 4 \leq -x - 3 - 2 + 5x \end{cases} \begin{cases} -4 \leq x < -3 \\ x \geq \frac{-2}{3} \end{cases}$$



Nessuna Soluzione

$$\text{3) } \begin{cases} \text{per } -3 \leq x < \frac{2}{5} \\ 2x - 3 - x - 4 \leq x + 3 - 2 + 5x \end{cases} \begin{cases} -3 \leq x < \frac{2}{5} \\ x \geq \frac{-8}{5} \end{cases}$$

Disequazioni con modulo (pag.5)

$$\bullet \begin{cases} -3 \leq x < \frac{-2}{5} \\ x \geq \frac{-8}{5} \end{cases}$$

• Soluzione $\frac{-8}{5} \leq x < \frac{2}{5}$

• 4) $\begin{cases} \text{per } x \geq \frac{2}{5} \\ 2x - 3 - x - 4 \leq x + 3 + 2 - 5x \end{cases}$

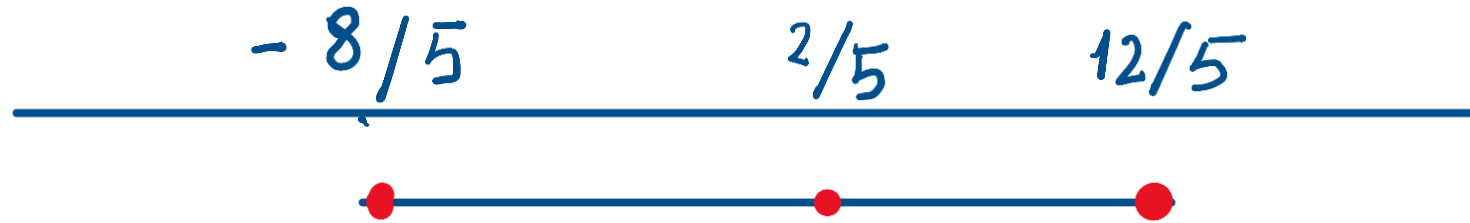
$$\begin{cases} x \geq \frac{2}{5} \\ x \leq \frac{12}{5} \end{cases}$$

Soluzione

$$\frac{2}{5} \leq x \leq \frac{12}{5}$$

Disequazioni con modulo (pag.6)

- Unendo le soluzioni ottenute al punto 3) e 4)
- $\frac{-8}{5} \leq x < \frac{2}{5}$ e $\frac{2}{5} \leq x \leq \frac{12}{5}$



- la soluzione della disequazione data è $\frac{-8}{5} \leq x \leq \frac{12}{5}$