

Equazioni irrazionali

Sono quelle in cui l'incognita è sotto il segno di radice

Equazioni irrazionali

- Si presentano sotto questa forma

$$\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$$

e si possono presentare due casi:

n pari

n dispari

Primo caso: n pari

in questo caso si deve imporre la condizione di realtà al radicando ponendo **$f(x) \geq 0$**

Essendo il primo membro non negativo lo deve essere anche il secondo membro per cui risulta

$$**g(x) \geq 0**$$

A questo punto si possono elevare ad n entrambi i termini dell'uguaglianza e si ottiene

$$**\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^n = (g(x))^n**$$

Tenuto conto delle condizioni di cui sopra l'equazione irrazionale si risolve con il seguente sistema

Equazioni irrazionali

- $$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ \left(\sqrt[n]{f(x)} \right)^n = (g(x))^n \end{cases}$$
- E poiché $f(x) \geq 0$ è implicita in $g(x) \geq 0$ il sistema si riduce al seguente
- $$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \left(\sqrt[n]{f(x)} \right)^n = (g(x))^n \end{cases}$$
 - Proseguiamo con un esempio svolto

Equazioni irrazionali

- Data l'equazione
- $\sqrt{x^2+x+1} = 2x+3$ il sistema risolvante è il seguente

$$\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ (\sqrt{x^2+x+1})^2 = (2x+3)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x^2+x+1 = 4x^2+12x+9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ 3x^2+11x+8=0 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-11 \pm \sqrt{121-96}}{6} = \frac{-11 \pm 5}{6} = \begin{matrix} \nearrow -\frac{16}{6} \\ \searrow -1 \end{matrix}$$

- Poiché risulta $-1 > -\frac{3}{2} > -\frac{16}{6}$ la soluzione è **$x=-1$**

Equazioni irrazionali

Secondo caso: n dispari

in questo caso non si deve imporre la condizione di realtà al radicando Per cui si passa direttamente all'elevazione a potenza e quindi si passa a risolvere l'equazione

$$\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^n = (g(x))^n$$

Data l'equazione $\sqrt[3]{4x-x^2} = \sqrt[3]{x+5} \Rightarrow \left(\sqrt[3]{4x-x^2}\right)^3 = \left(\sqrt[3]{x+5}\right)^3$

$$\Rightarrow 4x - x^2 = x + 5 \Rightarrow x^2 - 3x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 20}}{6}$$

Pertanto $\Delta < 0 \Rightarrow$ nessuna soluzione ovvero $S = \emptyset$