

Come si risolve una disequazione frazionaria

Le disequazioni frazionarie sono quelle che hanno l'incognita al denominatore

Esse si presentano in questa forma $\frac{N(x)}{D(x)} > 0$ o $\frac{N(x)}{D(x)} < 0$ o $\frac{N(x)}{D(x)} \geq 0$ o $\frac{N(x)}{D(x)} \leq 0$

Il segno di una disequazione frazionaria dipende da quello del numeratore $N(x)$ e da quello del denominatore $D(x)$,

se entrambi sono positivi o negativi $\Rightarrow$ la frazione è > 0 o ≥ 0

se sono discordi la frazione risulta < 0 o ≤ 0 .

Eseguiamo la risoluzione di una disequazione frazionaria con un percorso guidato

$$\frac{5-2x}{x+1} \leq 0$$

Si individua il CE (campo di esistenza) $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

Si studia il segno del numeratore e del denominatore ponendo $N(x) \geq 0$ e $D(x) > 0$

⊖ il denominatore non si pone mai uguale a 0

$$N(x) \geq 0$$

$$D(x) > 0$$

$$5-2x \geq 0$$

$$x+1 > 0$$

$$-2x \geq -5$$

$$x > -1$$

$$2x \leq 5$$

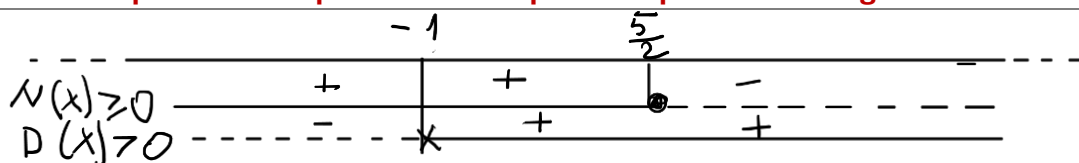
$$x \leq \frac{5}{2}$$

Si ordinano le soluzioni in ordine crescente e si riportano sulla retta dei numeri reali; quindi, si costruisce il grafico delle soluzioni con la seguente convenzione

il tratto continuo indica l'intervallo in cui una disequazione è positiva;

il tratteggio indica l'intervallo in cui la disequazione è negativa.

Il tondino indica un valore dove la disequazione si annulla, il segno $\times$ indica il valore che non fa parte del CE perché la disequazione perderebbe significato.



Moltiplicando i segni di $N(x)$ e $D(x)$ la frazione risulta < 0 per $\forall x < -1$ e $\forall x \geq \frac{5}{2}$

è > 0 per $\forall x \setminus -1 < x < \frac{5}{2}$

è $= 0$ per $x = \frac{5}{2}$

x non può assumere il valore -1 perché non fa parte del CE

Pertanto, la soluzione della disequazione è $\forall x \setminus -1 < x < \frac{5}{2}$

che si può scrivere anche $]-\infty, -1[\cup [\frac{5}{2}, \infty[$

Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia

Es. n 2 $\frac{x+2}{x+5} + \frac{1}{2x+10} \leq 2$

Si scompongono i denominatori,

si calcola il CE,

si trasportano tutti i termini al primo membro,

si calcola il mcm dei denominatori che sarà il nuovo denominatore comune

$$\frac{x+2}{x+5} + \frac{1}{2(x+5)} - 2 \leq 0 \quad \begin{array}{l} \text{CE } x+5 \neq 0 \quad x \neq -5 \\ \text{mcm} = 2(x+5) \end{array}$$

Nelle disequazioni frazionarie il denominatore non si può eliminare perché non si conosce il suo segno che dipende dal valore dell'incognita x

$$\frac{2(x+2) + 1 - 4(x+5)}{2(x+5)} \leq 0$$

$$\frac{2x+4+1-4x-20}{2(x+5)} \leq 0$$

$$\frac{-2x-15}{2(x+5)} \leq 0$$

Si studia il segno del N(x) e del D(x)

$$N(x) \geq 0$$

$$D(x) > 0$$

$$-2x-15 \geq 0$$

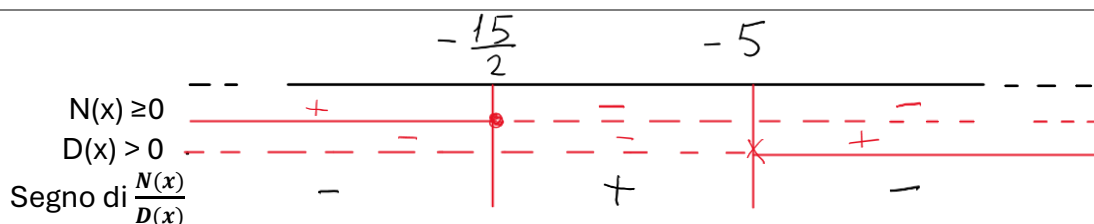
$$x+5 > 0$$

$$2x+15 \leq 0$$

$$x > -5$$

$$x \leq -\frac{15}{2}$$

Si costruisce il grafico finale



La soluzione pertanto è $\forall x \in \mathbb{R} \setminus x \leq -\frac{15}{2} \cup x > -5$

Es.n.3 La disequazione da risolvere è

$$\frac{x^2 - (x+3)^2}{2x-4} \geq 1 + \frac{3}{2-x}$$

Si eseguono i calcoli, si scompongono i denominatori e si individua il CE.

$$\frac{x^2 - x^2 - 6x - 9}{2(x-2)} \geq 1 - \frac{3}{x-2}$$

$$\text{CE } x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$$

Si trasportano tutti i termini al primo membro e si calcola il mcd

$$\frac{-6x-9}{2(x-2)} - 1 + \frac{3}{x-2} \geq 0$$

$$\text{mcm} = 2(x-2)$$

Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia

$$\frac{-6x - 9 - 2(x-2) + 6}{2(x-2)} \geq 0$$

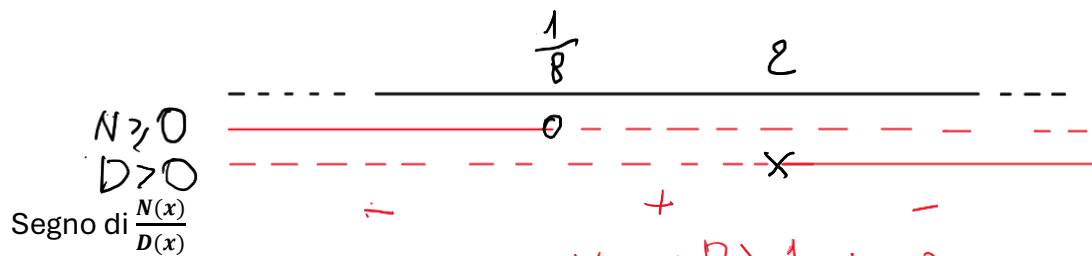
$$\frac{-6x - 9 - 2x + 4 + 6}{2(x-2)} \geq 0$$

$$\frac{-8x + 1}{2(x-2)} \geq 0$$

$$N \geq 0$$

$$-8x + 1 \geq 0 \quad -8x \geq -1 \quad 8x \leq 1 \quad x \leq \frac{1}{8}$$

$$D > 0 \quad x - 2 > 0 \quad x > 2$$



La soluzione è rappresentata dall'intervallo

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \frac{1}{8} \leq x < 2$$