Come risolvere un'equazione di primo grado intera ad un'incognita

Es. n.1

$$\frac{x-1}{6}-\frac{1}{4}x=\frac{1}{2}(2x-1)^2-\frac{1}{2}(2x-2)^2=$$

Calcoliamo i due prodotti notevoli

$$\frac{x-1}{6}-\frac{1}{4}x=\frac{1}{2}(4x^2-4x+1)-\frac{1}{2}(4x^2-8x+4)$$

Eseguiamo le moltiplicazioni e sommiamo i termini simili eliminando gli opposti

$$\frac{x-1}{6}-\frac{1}{4}x=\cancel{2x^2}-\underline{2x}+\frac{1}{2}-\cancel{2x^2}+\underline{4x}-2$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{x-1}{6}-\frac{1}{4}x=2x+\frac{1}{2}-2$$

Riduciamo i due membri allo stesso denominatore calcolando il mcm $(6,4,2)=12$

$$\frac{2(x-1)-3x}{12}=\frac{24x+6-24}{12}$$

Applichiamo il secondo principio dell'equivalenza moltiplicando entrambi i membri per esso e semplifichiamo

$$\cancel{12}\cdot\frac{2x-2-3x}{\cancel{12}}=\frac{24x-18}{\cancel{12}}\cdot\cancel{12}$$

per cui l'equazione non ha più denominatori

$$-x-2=24x-18$$

Applichiamo la regola del trasporto cambiando il segno dei termini spostati

$$-x-24x=-18+2\Rightarrow -25x=-16$$

Calcoliamo la soluzione dividendo il termine noto per il coefficiente dell'incognita

$$x=\frac{-16}{-25}\Rightarrow x=\frac{16}{25}$$

Es. n. 2 **Esempio di equazione fratta**

Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia

$$\frac{(x+1)^2-(x-1)(x+1)}{6-3x}=\frac{-2(x+1)}{x-2}$$

Per questo genere di equazioni è necessario individuare il campo di esistenza CE (o insieme di definizione o dominio ($\mathcal{D}$). Esso si cerca tra tutti i valori per cui il denominatore risulta diverso da zero. $\Rightarrow 6-3x\neq 0 \Rightarrow x\neq 2$

$\Rightarrow x-2\neq 0 \Rightarrow x\neq 2$

Il CE si può scrivere così CE $\forall x \in \mathbb{R} \setminus x\neq 2$

Si prosegue eseguendo i calcoli dei numeratori e scomponendo i denominatori

$$\frac{x^2+2x+1-(x^2-1)}{3(2-x)}=\frac{-2x-2}{x-2}$$

$$\frac{\cancel{x^2}-2x+1-\cancel{x^2}+1}{3(2-x)}=\frac{-2x-2}{x-2} \qquad mcd=3(2-x)$$

Per ogni frazione si divide il nuovo denominatore per il vecchio e si moltiplica per il numeratore

$\Downarrow$

$$\frac{-2x+2}{3(2-x)}=\frac{-3(-2x-2)}{3(2-x)}$$

Applichiamo il secondo principio di equivalenza moltiplicando per $3(2-x)$ come segue

$$\cancel{3(2-x)}\cdot\frac{-2x+2}{\cancel{3(2-x)}}=\frac{(-6x+6)}{\cancel{3(2-x)}}\cdot\cancel{3(2-x)}$$

E applicando la regola del trasporto

$\Downarrow$

$$-2x+6x=-2+6 \Rightarrow 4x=4 \Rightarrow x=\frac{4}{4} \Rightarrow x=1$$

Es. n. 3 **Equazione impossibile**

$$\frac{x+3}{x^4-x^2}-\frac{1}{x^2+x}=\frac{2}{x^2}-\frac{3x}{x^3-x^2}$$

Dove è possibile per ogni frazione scomponiamo e semplifichiamo. Per abbreviare alcune scomposizioni si possono eseguire a parte, fuori dall'espressione.

$$x^4-x^2=x^2(x^2-1)=x^2(x-1)(x+1)$$

$$x^2+x=x(x+1) \quad ; \quad x^3-x^2=x^2(x-1)$$

E riprendiamo l'equazione

$$\frac{x+3}{x^2(x-1)(x+1)}-\frac{1}{x(x+1)}=\frac{2}{x^2}-\frac{3\cancel{x}}{x^{\cancel{2}}(x-1)}$$

Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia

Prima di semplificare individuiamo il CE $x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$

$x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$; $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

Quindi **CE** $= \forall x \in R \setminus x \neq 0 \quad x \neq 1 \quad x \neq -1$

Riduciamo tutte le frazioni al mcd, calcolando il mcm dei denominatori e per ogni frazione dividendo il nuovo denominatore per il vecchio e moltiplicando per il numeratore.
Il 2° principio di equivalenza consente di eliminare il denominatore comune

$$\frac{x+3-x(x-1)}{\cancel{x^2(x-1)(x+1)}} = \frac{2(x-1)(x+1)-3x(x+1)}{\cancel{x^2(x-1)(x+1)}}$$

$$x+3-x^2+x = 2(x^2-1)-3x^2-3x$$

$$x+3-x^2+x = 2x^2-2-3x^2-3x$$ e applicando la regola del trasporto

$$x-\cancel{x^2}+x-\cancel{2x^2}+\cancel{3x^2}+3x = -3-2 \Rightarrow 5x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{5} = -1$$

La soluzione trovata non fa parte del CE e quindi l'equazione è **impossibile**

Es. n. 4 **Equazione indeterminata**

$$\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x(x-1)} + \frac{1}{x(x+1)} = \frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

CE: $x \neq 0 \quad x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$
$x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

mcd = $x(x-1)(x+1)$

$$\frac{x+1+x-1}{\cancel{x(x-1)(x+1)}} = \frac{2x}{\cancel{x(x-1)(x+1)}}$$

$$x+x-2x = -1+1 \Rightarrow 0x = 0$$

Equazione indeterminata