Equazioni di primo grado ad un'incognita: presentazione

Un'equazione di primo grado ad una incognita è l'uguaglianza tra due espressioni verificabile solo per un particolare valore da sostituire all'incognita.

Nella forma più semplice si presenta così ***ax=b*** dove a e b sono numeri e **x** è l'incognita o variabile.

L'espressione scritta prima dell'uguale (=) è detta primo membro e quella scritta dopo l'uguale (=) è detta secondo membro.

Specificatamente ***b*** è detto termine noto e ***a ≠0*** è detto coefficiente dell'incognita.

Il particolare valore che la verifica è detto **soluzione** e si calcola con la divisione

$$\frac{b}{a} = \frac{termine\ noto}{coefficiente}$$

Verifica ***ax=b*** $\Rightarrow$ $a\left(\frac{b}{a}\right) = b \Rightarrow b = b$

Definizioni

Un'equazione si dice **intera se l'incognita non compare nei denominatori**, **altrimenti si dice fratta.**

Es. $2x + \frac{3}{2} = \frac{1}{5}x - 6$ è un'equazione intera

$\frac{2x-1}{2x+3} = 6$ è un'equazione fratta.

Due equazioni si dicono equivalenti se ammettono la medesima soluzione.

Per risolvere un'equazione occorre conoscere i due principi di equivalenza

1° principio di equivalenza: aggiungendo o sottraendo a entrambi i membri di un'equazione un numero o un'espressione algebrica definita per tutti i valori dell'incognita si ottiene un'equazione equivalente alla data.

Es. Data ***ax=b*** la cui soluzione è $x=\frac{b}{a}$ aggiungendo ad entrambi i membri ***2x -c*** si ottiene

ax+2x-c =b+2x-c che ammette la medesima soluzione $\frac{b}{a}$

Infatti sostituendo si ottiene

Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia

$$\cancel{a}\left(\frac{b}{\cancel{a}}\right)+2\left(\frac{b}{a}\right)-c=b+2\left(\frac{b}{a}\right)-c \Rightarrow b+\frac{2b}{a}-c=b+\frac{2b}{a}-c$$

Regola del trasporto

Il 1° principio di equivalenza consente di trasportare un termine da un membro all'altro cambiandone il segno.

Es. **Data l'equazione 2x-3 =5x+2,** se aggiungiamo ad entrambi i membri +3-5x si ottiene

$2x\cancel{-3}\cancel{+3}-5x = \cancel{5x}+2+3\cancel{-5x}$ $\Rightarrow$ $2x-5x=+2+3$ $\Rightarrow$

$-3x=5$ $\Rightarrow$ $x=\frac{5}{-3}=-\frac{5}{3}$ ***che*** **è la soluzione**

Questa soluzione verifica anche l'equazione data come risulta dalla verifica che segue

$$2\left(-\frac{5}{3}\right)-3=5\left(-\frac{5}{3}\right)+2 \Rightarrow -\frac{10}{3}-3=-\frac{25}{3}+2 \Rightarrow \frac{-10-9}{3}=\frac{-25+6}{3} \Rightarrow \frac{-19}{3}=\frac{-19}{3}$$

2° Principio di equivalenza: moltiplicando o dividendo entrambi i membri di un'equazione per un numero diverso da zero o per un'espressione algebrica definita e non nulla per tutti i valori dell'incognita si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Sia $data\ l'equazione\ \boldsymbol{ax=b}$ la cui soluzione è $\frac{b}{a}$

Moltiplichiamo entrambi i membri per il fattore ***c*** in modo da ottenere ***axc=bc*** da cui segue

$(ac)x=bc$ $\Rightarrow$ $x=\frac{b\cancel{c}}{a\cancel{c}}$ $da\ cui\ x=\frac{b}{a}$

Dividiamo entrambi i membri per il fattore c in modo da ottenere $a\frac{x}{c}=\frac{b}{c}$ da cui segue

$\left(\frac{a}{c}\right)x=\frac{b}{c}$ $la\ cui$ soluzione è $\frac{b}{c}:\frac{a}{c}=\frac{b}{c}*\frac{c}{a}=\frac{b}{a}$

Il 2° principio di equivalenza ci consente di cambiare di segno tutti i termini di un'equazione in quanto tale operazione corrisponde a moltiplicare tutti i termini per lo stesso fattore **-1**

Equazione possibile, impossibile, indeterminata

Equazione possibile ammette una sola soluzione $x=\frac{b}{a}$ se $a\neq0$

Equazione impossibile non ammette alcuna soluzione; se $a=0$ e $b\neq0$

Equazione indeterminata è verificata da qualsiasi valore, ha infinite soluzioni;

se $a=0$ e $b=0$