

Espressioni con i polinomi e i prodotti notevoli

Es. n.1 Semplificare la seguente espressione (in rosso le operazioni da farsi)

$$(x^3 + x + 1)^2 - (x^3 + x)^2 - 2(x + 1)^3 + 6x^2 + 1 =$$

Analizziamo le operazioni da fare e cominciamo dalle potenze e cioè dai prodotti notevoli presenti, il quadrato del trinomio, il quadrato del binomio e il cubo del binomio.

Attenzione: toglieremo le parentesi solo se sono precedute dal segno + e isolate, cioè non sono legate ad altri fattori. Quindi si otterrà

$$x^6 + x^2 + 1 + 2x^4 + 2x^3 + 2x - (x^6 + 2x^4 + x^2) - 2(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + 6x^2 + 1 =$$

Togliamo ora la parentesi preceduta dal segno meno e moltiplichiamo il -2 per il polinomio che lo segue

$$\cancel{x^6} + \cancel{x^2} + \underline{1} + \cancel{2x^4} + \cancel{2x^3} + \underline{2x} - \cancel{x^6} - \cancel{2x^4} - \cancel{x^2} - \cancel{2x^3} - \cancel{6x^2} - \underline{6x} - \underline{2} + \cancel{6x^2} + \underline{1}$$

Eliminiamo gli opposti, sottolineiamo i monomi simili ed eseguiamo la somma algebrica

$$= -4x$$

Es.n.2

$$\left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + 2\left(x - \frac{1}{2}y\right)\left(x + \frac{1}{2}y\right) =$$

L'espressione presenta (in rosso) due quadrati di binomio e una somma per la differenza di due monomi uguali, che calcoliamo nel primo passaggio

$$\underline{x^2} - \cancel{xy} + \underline{\frac{1}{4}y^2} + \underline{x^2} + \cancel{xy} + \underline{\frac{1}{4}y^2} + \underline{2\left(x^2 - \frac{1}{4}y^2\right)} =$$

Cerchiamo i termini simili, sommiamoli algebricamente ed eseguiamo la moltiplicazione indicata in rosso

$$\underline{2x^2} + \cancel{\frac{2}{4}}\frac{1}{2}y^2 + \underline{2x^2} - \frac{1}{2}y^2 = \text{e continuiamo sommando i termini simili}$$

$$4x^2 + \cancel{\frac{1}{2}y^2} - \cancel{\frac{1}{2}y^2} = 4x^2$$

[Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia](#)

Es.n 3

$$\left(a^2 - \frac{b^2}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^4 + (a-2b)(a+2b)(a^2+4b^2) + b^2(a^2+15b^2) =$$

Eseguiamo le operazioni indicate in rosso

$$a^4 - \cancel{a^2b^2} + \frac{b^4}{4} + \frac{3}{4}b^4 + (a^2 - 4b^2)(a^2 + 4b^2) + \cancel{a^2b^2} + 15b^4 =$$

$$\underline{a^4} + \frac{b^4}{4} + \frac{3}{4}b^4 + \underline{a^4} - \underline{16b^4} + \underline{15b^4}$$

Sommiamo i termini simili ed eseguiamo le operazioni in rosso

$$2a^4 + \frac{1+3-64+60}{4}b^4 =$$

$$= 2a^4$$

Es.n. 4 (in rosso i termini su cui operare ad ogni passaggio)

$$\left|((\cancel{0,6}x + y)^3 - (\cancel{0,6}x - y)^3) - \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}x^2y - 2y(x+y)(x-y) + 1\right|^2 - (4y^3)^2 - 1 =$$

$$\left|\left(\frac{6-0}{9} + y\right)^3 - \left(\frac{6-0}{9}x - y\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)x^2y - 2y(x^2 - y^2) + 1\right|^2 - 16y^6 - 1 =$$

$$\left|\left(\frac{\cancel{6}}{9}\frac{\cancel{2}}{3}x + y\right)^3 - \left(\frac{\cancel{6}}{9}\frac{\cancel{2}}{3}x - y\right)^3 - \frac{2}{3}x^2y - 2x^2y + 2y^3 + 1\right|^2 - 16y^6 - 1 =$$

$$\left|\frac{8}{27}x^3 + \frac{4}{3}x^2y + 2xy^2 + y^3 - \left(\frac{8}{27}x^3 - \frac{4}{3}x^2y + 2xy^2 - y^3\right) - \frac{2}{3}x^2y - 2x^2y + 2y^3 + 1\right|^2 - 16y^6 - 1 =$$

$$\left|\frac{\cancel{8}}{27}x^3 + \frac{4}{3}x^2y + \cancel{2xy^2} + \underline{y^3} - \frac{\cancel{8}}{27}x^3 + \frac{4}{3}x^2y - \cancel{2xy^2} + \underline{y^3} - \frac{2}{3}x^2y - \underline{2x^2y} + \underline{2y^3} + 1\right|^2 - 16y^6 - 1 =$$

$$\left|\frac{4+4-2-6}{3}x^2y + 4y^3 + 1\right|^2 - 16y^6 - 1 =$$

$$[4y^3 + 1]^2 - 16y^6 - 1 =$$

$$\cancel{16y^6} + 8y^3 + \cancel{1} - \cancel{16y^6} - \cancel{1} =$$

$$8y^3$$

[Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia](#)

Nota: abbiamo eseguito tutti i passaggi per rendere più chiara l'esecuzione dell'esercizio ma alcune operazioni tipo la trasformazione dei numeri periodici o del numero con esponente negativo si possono fare direttamente a mente o in brutta.