

I prodotti notevoli: il cubo di un binomio $(a + b)^3$

Sviluppato normalmente verrebbe così

$$(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) =$$

$$a^3 + \underline{a^2b} + \underline{2a^2b} + \underline{2ab^2} + \underline{b^2a} + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Da cui possiamo dedurre la regola abbreviativa

Il cubo di un binomio è=al

- cubo del primo termine
- triplo prodotto del quadrato del primo termine per il secondo
- triplo prodotto del primo termine per il quadrato del secondo
- cubo del secondo termine.

Occhio ai segni!!!

se **a, b** sono **entrambi positivi**, il risultato sarà tutto **a segni positivi**

$$\text{Infatti, } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

se **a, b** sono **entrambi negativi**, il risultato sarà tutto **a segni negativi**

$$\text{Infatti, } \rightarrow (-a - b)^3 = (-a)^3 + 3(-a)^2(-b) + 3(-a)(-b)^2 + (-b)^3 = \\ -a^3 - 3a^2b - 3ab^2 - b^3$$

se **a positivo** e **b negativo**, il risultato sarà **a segni alterni** come segue

$$\text{Infatti, } \rightarrow (a - b)^3 = a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3 = \\ a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

se **a negativo** e **b positivo**, il risultato sarà **a segni alterni** come segue

$$\rightarrow (-a + b)^3 = (-a)^3 + 3(-a)^2b + 3(-a)b^2 + b^3 = \\ -a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$$

Alcuni esempi nella pagina successiva

$$(x + 2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$(a^2 - 1)^3 = a^6 - 3a^4 + 3a^2 - 1$$

$$\left(\frac{1}{3}a - 3b\right)^3 = \frac{1}{27}a^3 - a^2b + 9ab^2 - 27b^3$$

$$\left(xy^2 - \frac{1}{3}x^2\right)^3 = x^3y^6 - x^4y^4 + \frac{1}{3}x^5y^2 - \frac{1}{27}x^6$$

$$(2a^2b - ab^2)^3 = 8a^6b^3 - 12a^5b^4 + 6a^4b^5 - a^3b^6$$

$$\begin{aligned} (-3a^2 - 0,6)^3 &= \left(-3a^2 - \frac{6}{10}\right)^3 = \\ &= -27a^6 - 18a^4 - 4a^2 - \frac{8}{1000} \end{aligned}$$

$$(x^n + x^{3n})^3 = x^{3n} + 3x^{5n} + 3x^{7n} + x^{9n}$$

Calcoli dei tripli prodotti

$$3 * x^2 * 2 = 6x^2$$

$$3 * x^4 = 12x^4$$

$$3 * (a^2)^2 * 1 = 3a^4;$$

$$3 * a^2 * 1 = 3a^2;$$

$$\cancel{3} 1 * \frac{1}{\cancel{3} 1} a^2 * \cancel{3} b = a^2b$$

$$\cancel{3} 1 * \frac{1}{\cancel{3} 1} a * 9b^2 = 9ab^2$$

$$\cancel{3} (xy^2)^2 * \frac{1}{\cancel{3}} x^2 = x^4y^4$$

$$\cancel{3} * xy^2 * \frac{1}{\cancel{3} 3} x^4 = \frac{1}{3} x^5y^2$$

$$3(x^n)^2 x^{3n} = 3x^{2n} x^{3n} = 3x^{5n}$$

$$3x^n (x^{3n})^2 = 3x^n x^{6n} = 3x^{7n}$$